

Inhaltsverzeichnis

1 Magische Quadrate	1
1.1 Geschichte der magischen Quadrate	1
1.2 Was sind magische Quadrate?	3
1.3 Magische Summe	5
1.4 Drehungen und Spiegelungen	6
1.5 Normierte magische Quadrate	10
1.6 Anzahl magischer Quadrate	11
2 Besondere Eigenschaften	13
2.1 Semi-magische Quadrate	13
2.2 Einfache magische Quadrate	14
2.3 Symmetrische magische Quadrate	15
2.4 Pandiagonale magische Quadrate	20
2.5 Supermagische Quadrate	26
2.6 Selbstkomplementäre magische Quadrate	30
2.7 Ultramagische Quadrate	35
2.8 Gerahmte magische Quadrate	37
2.9 Bentdiagonale magische Quadrate	41
2.10 Semi-pandiagonale magische Quadrate	43
2.11 Bimagische Quadrate	44
2.12 Trimagische Quadrate	48
2.13 Zusammengesetzte magische Quadrate	50
2.14 Eingebettete magische Quadrate	53
2.15 Reguläre magische Quadrate	55
2.16 Kompakte magische Quadrate	57

2.17	Quadrantengleiche magische Quadrate	57
2.18	Teilquadrate mit gleichen Summen	58
2.19	Zerlegung in Rechtecke mit gleichen Summen	60
3	Grundlegende Begriffe	63
3.1	Darstellungen von magischen Quadraten	63
3.1.1	Koordinatensystem	63
3.1.2	Darstellung im Zahlensystem	64
3.1.3	Algebraische Muster	66
3.1.4	Affine Gleichungen	68
3.2	Zahlanordnungen als Basis für Konstruktionen	71
3.2.1	Natürliche Anordnung	71
3.2.2	Plussequenzen	73
3.2.3	Komplementsequenzen	74
3.2.4	Reversible Quadrate	74
4	Ordnung 4	81
4.1	Die zwölf Gruppen von Dudeney	81
4.1.1	Gruppen 1 bis 6	83
4.1.2	Gruppe 6b	89
4.1.3	Gruppe 7	97
4.1.4	Gruppe 8	100
4.1.5	Gruppe 9	102
4.1.6	Gruppe 10	102
4.1.7	Gruppe 11	103
4.1.8	Gruppe 12	104
4.1.9	Alle 48 pandiagonalen Quadrate erzeugen	105
4.2	Abbildungen zwischen den Dudeney-Gruppen	107
4.2.1	Gruppe 1 und Gruppe 2	108
4.2.2	Gruppe 2 und Gruppe 3	108
4.2.3	Gruppe 3 und Gruppe 1	109
4.2.4	Gruppe 4 und Gruppe 5	111
4.2.5	Gruppe 4 und Gruppe 6a	112
4.2.6	Gruppe 7 und Gruppe 8	113
4.2.7	Gruppe 7 und Gruppe 9	114
4.2.8	Gruppe 7 und Gruppe 10	114
4.3	Magische Eigenschaften	115

4.3.1	Pandiagonal und supermagisch	115
4.3.2	Bentdiagonal	116
4.3.3	Symmetrisch	116
4.3.4	Selbstkomplementär	116
5	Ungerade Ordnungen	119
5.1	Beliebige Ordnungen	119
5.1.1	Al-Haytham	120
5.1.2	Moschopoulos 1	121
	Variation der Startposition	124
	Variation der Richtung	124
	Variation des Zwischenschrittes	126
	Variation der Richtung und des Zwischenschrittes	128
5.1.3	Moschopoulos 2	129
	Variation des Hauptschrittes	131
	Variation der Startposition	132
	Variation des Zwischenschrittes	133
5.1.4	Bachet de Méziriac	134
5.1.5	De La Loubère	136
	Variation der Startposition	139
	Variation der Richtung	140
	Variation des Zwischenschrittes	141
5.1.6	Sauveur (Diagonalenmethode)	145
5.1.7	Sauveur (Methode der Indizierung)	147
5.1.8	Sauveur (Gemischte Methode)	152
5.1.9	Sauveur (Ungeordnete Methode)	154
5.1.10	Sauveur (Methode der analogen Buchstaben)	157
5.1.11	Bachet – Labosne (Diagonalenmethode)	159
5.1.12	Bachet – Labosne (Variante von Narayana)	160
5.1.13	Rallier des Ourmes	161
5.1.14	Frierson	163
5.1.15	Lehmer (Allgemeine Schrittmethode)	166
5.1.16	Reiner	175
5.1.17	De Los Reyes – Pourdarvish – Midha – Das	177
5.1.18	Chan – Mainkar – Narayan – Webster	179
5.1.19	Liao Yen-er – Zhu Bao-man – Wu Lian-fa	183
5.1.20	Mamzeris	185
5.1.21	Lozenge – Quadrate	194

	Al-Asfizari	195
	Anordnung mit einem Hilfskreuz	196
	Direktes Einfügen der geraden Zahlen	198
	Sayles	200
	Aufteilung in zwei Rauten	201
	Umformung eines Quadrates in natürlicher Anordnung	203
	Überlagerungsmethode von de la Hire	205
	Cao und Gao	206
	Zheng, Lin und Chen	208
	Modulare Gleichungen	210
	Affine Gleichungen	213
5.2	Ordnungen $n \neq 3k$	214
5.2.1	Poignard	215
5.2.2	De La Hire	216
5.2.3	Margossian	219
5.3	Methoden von Cram	226
5.3.1	Methode 1 – Primzahlordnungen	226
5.3.2	Methode 2 – Primzahlordnungen (Erweiterung 1)	230
5.3.3	Methode 3 – Primzahlordnungen (Erweiterung 2)	232
5.3.4	Methode 4 (Erweiterung von Methode 2)	234
	Quadratische Ordnungen	234
	Ordnungen mit mehreren Teilern	236
5.3.5	Methode 5 (Erweiterung von Methode 3)	238
	Quadratische Ordnungen	238
	Ordnungen mit mehreren Teilern	240
6	Gerade Ordnungen	247
6.1	Devedec	248
6.2	Planck	251
6.3	Lecornu	256
6.4	Sauveur (Methode der analogen Buchstaben)	261
6.5	Markierungen auf den Diagonalen	264
7	Doppelt-gerade Ordnungen	269
7.1	Arabische Methoden	269
7.1.1	Diagonalenmethode	270
7.1.2	Al-Kharaqi (Methode der Markierungen)	277

7.1.3	Al-Asfizari	288
7.1.4	Unterteilung in 16 Teilquadrate der Größe k	294
7.1.5	Füllen von jeweils zwei gegenüberliegenden Zeilen	298
7.1.6	Diagonale Traversierungen	299
7.1.7	Traversierung mit Springerschritten	302
7.1.8	Springerschritte in zwei benachbarten Zeilen	309
7.1.9	Springerschritte in vier benachbarten Zeilen	314
7.1.10	Springerschritte ohne Zeilenwechsel	318
7.1.11	Springerschritte mit komplementären Zahlen	322
7.1.12	Moschopoulos	327
7.2	Methoden der Neuzeit	336
7.2.1	Arnauld	336
7.2.2	Poignard	341
7.2.3	De la Hire	344
7.2.4	D'Ons-en-Bray	354
7.2.5	Rallier des Ourmes	358
7.2.6	Planck (Methode der Umkehrungen)	361
7.2.7	Methode der Drehungen	364
7.2.8	Drach	368
7.2.9	Transformation von Diagonalen in Zeilen	372
7.2.10	Erweiterung von Teilbereichen	378
7.2.11	Unterteilung in Blöcke von vier Zeilen	384
7.2.12	Planck	390
7.2.13	Shen	393
7.2.14	Huang – Lin	400
7.2.15	Umar	405
7.2.16	Ibrahim – Jibril – Umar	407
7.2.17	Pan Linsen	411
7.2.18	Liang Peiji – Zhang Hangfu – Zhang Xiafu	413
7.2.19	Duan – Liu – Li – Tian	414
7.2.20	Zheng Ronghui – Lin Kerong – Chen Rongsi	417
7.2.21	Lin Pengcheng (Methode 1)	418
7.2.22	Lin Pengcheng (Methode 2)	420
7.2.23	Zhu Yunshan	422
7.2.24	Miranda – Miranda (Methode 1)	424
7.2.25	Miranda – Miranda (Methoden 2 und 3)	431
7.3	Erweiterung von 4×4 -Basisquadraten	439
7.3.1	Unterteilung in 16 Teilquadrate der Größe k	439

7.3.2	Basisquadrat mit einem geometrischen Muster	449
7.3.3	Unterteilung in Teilquadrate mit Spiegelungen	457
7.3.4	Teilquadrate mit Spiegelungen in bestimmten Bereichen	459
7.3.5	Eintragen fortlaufender Zahlen in Teilquadrate	460
7.3.6	Eintragen von Zahlen nach einem Muster	465
7.3.7	Teilquadrate mit einem geometrischen Muster	468
7.3.8	Variables Eintragen fortlaufender Zahlen in Teilquadrate	470
8	Einfach-gerade Ordnungen	481
8.1	Eigenständige Verfahren	481
8.1.1	Al-Kharaqi	481
8.1.2	Al-Haytham	487
8.1.3	Al-Antaki	491
8.1.4	Bachet – Labosne	497
8.1.5	Drach	500
8.1.6	Nelson	502
8.1.7	Bouteloup	506
8.1.8	Wang Fat – Zhou Ming	510
8.1.9	Alternierendes Eintragen in symmetrisch liegende Zeilen	513
8.2	Erweiterung von anderen Verfahren	516
8.2.1	Rallier des Ourmes	516
8.2.2	Cram	519
8.2.3	Planck (Methode der Umkehrungen)	523
8.2.4	Shen	527
8.2.5	Pan Linsen	530
8.2.6	Liang Peiji – Zhang Hangfu – Zhang Xiafu	534
8.2.7	Lin Pengcheng (Methode 1)	536
8.2.8	Lin Pengcheng (Methode 2)	540
8.2.9	Duan – Liu – Li – Tian	542
8.2.10	Umar	547
8.2.11	Ibrahim – Jibril – Umar	549
8.2.12	Aufteilung in neun Blöcke	551
8.2.13	Aufteilung in neun Blöcke (alternative Methode)	557
9	Gerahmte und konzentrische Quadrate	565
9.1	Gerahmte magische Quadrate ungerader Ordnung	566
9.1.1	Abu'l-Wafa al-Buzjani (Methode 1)	566
9.1.2	Abu'l-Wafa al-Buzjani (Methode 2)	569

9.1.3	Abu'l-Wafa al-Buzjani (Methode 3)	572
9.1.4	Ibn Yunis	575
9.1.5	Stifel	578
9.1.6	Al-Kharaqi	588
9.1.7	Seki	591
9.1.8	Tanaka	595
9.1.9	Travers	598
9.1.10	Vaithianathan	600
9.1.11	Eintragen von Zahlensequenzen (Variante 1)	604
9.1.12	Eintragen von Zahlensequenzen (Variante 2)	606
9.1.13	Eintragen von Zahlensequenzen (Variante 3)	609
9.1.14	Benson – Jacoby	611
9.2	Gerahmte magische Quadrate gerader Ordnung	616
9.2.1	Al-Kharaqi	616
9.2.2	Al-Zanjani	622
9.2.3	Stifel	628
9.2.4	Seki	634
9.2.5	D'Ons-en-Bray	636
9.2.6	Rallier des Ourmes	640
9.2.7	Andrews	647
9.2.8	Benson – Jacoby	651
9.2.9	Liu Feng-lin	657
9.2.10	Eintragen der Zahlen im Uhrzeigersinn	664
9.2.11	Eintragen mit Gruppen von vier Zahlen	669
9.2.12	Aufteilung der Zahlen in drei Bereiche	674
9.2.13	Aufteilung in komplementäre Zahlenpaare	678
9.2.14	Aufteilung in Gruppen von vier Zahlen	679
9.2.15	Lin Shu-fei	686
9.2.16	Wang Huifeng	693
9.2.17	Zhao Li-hua	701
9.2.18	Zhu Yunshan	703
9.3	Konzentrische Quadrate ungerader Ordnung	708
9.3.1	Al-Buni (Methode 1)	708
9.3.2	Al-Buni (Methode 2)	710
9.3.3	Dommissé	712
9.3.4	Rallier des Ourmes	719
9.3.5	Hendricks	727
9.3.6	Arnould	733

9.3.7	Deng Xiang-ping	741
9.4	Konzentrische Quadrate gerader Ordnung	746
9.4.1	Al-Buni	746
9.4.2	Arnauld	749
9.4.3	Cao Xiao-qin	761
10	Verdopplung der Ordnung	767
10.1	Einfach-gerade Ordnungen	767
10.1.1	LUX - Methode (Conway)	767
10.1.2	Strachey	770
10.1.3	Rothstein	773
10.1.4	Füllen von Blöcken mit Vertauschungen	783
10.1.5	Füllen von Blöcken mit unterschiedlichen Anordnungen	786
10.1.6	Zheng Ronghui – Lin Kerong – Chen Rongsi	787
10.1.7	Zhan – Wang – Huang	790
10.2	Doppelt-gerade Ordnungen	795
10.2.1	Aubry	795
10.2.2	Unterteilung in Rechtecke	797
10.3	Beliebige gerade Ordnungen	802
10.3.1	Strachey (Variante von Benson – Jacoby)	802
10.3.2	Benson – Jacoby	806
10.3.3	Bouteloup	809
10.3.4	Hendricks	815
10.3.5	Chen Zhong-mu	823
10.3.6	Widdis – Richter	827
10.3.7	Candy	832
10.3.8	Medjig – Methode	858
10.3.9	Cram	867
11	Zusammengesetzte Ordnungen	875
11.1	Standardverfahren	875
11.2	Xu – Mao – Chen – Huang (Kronecker-Operationen)	879
Literatur	887
Bildnachweis	919
Index	921